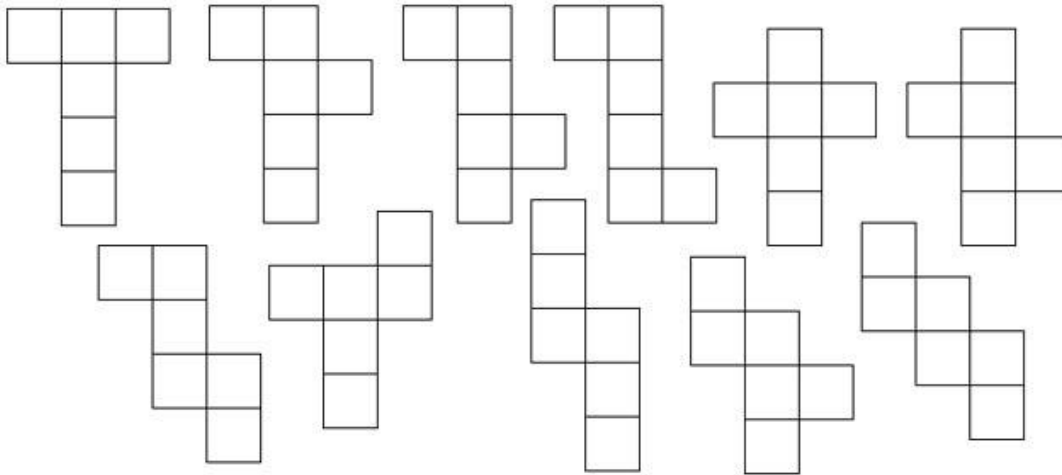


A kocka 11 hálója

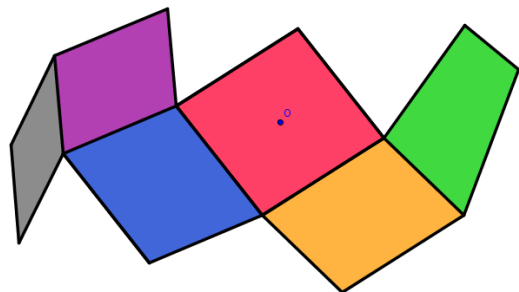
A feladat: Hány különböző módon teríthető ki a kocka?¹

Klasszikus - akár az általános iskola alsó tagozatában is felvethető - térszemlélet fejlesztő feladat. Bár a világháló sok helyen „közli”, hogy a feladatnak pontosan 11 megoldása van, a matematikai (oktatási - tanulási) szempontból fontos kérdés: hogyan tudnánk belátni, hogy a problémának pontosan ezek a megoldásai, több nincs. E kérdésekre most nem térünk ki.



A probléma szemléltetése matematikai szempontból nem jelent különösebb nehézséget, számítástechnikai szempontból azonban komoly odafigyelést, sok türelmet igényel. Nem véletlen, hogy alig található az Interneten jól használható demonstráció. [Több](#) olyan webhely is van, ahol adott rajzok, többnyire [hexaminók](#) közül kell kiválasztani, hogy [melyek lehetnek](#) a kocka hálói. Ezek közül [különösen figyelemre méltó](#) az, amely a kitűzött feladathoz animációval kiegészített magyarázatot is ad arra, hogy miért jó, vagy éppen rossz a kérdésre adott válasz.

Olyan interaktív [GeoGebra demonstráció](#) is található, amely bemutatja, hogy miként hajtunk össze kockává egy adott hálót, vagy miként terítjük ki a kockafelületet. Ennek a demonstrációnak az az egyetlen érdeme, hogy még 2012-ben készült, a GeoGebra 3.2-es változatával. Így a szerzőnek meg kellett (volna) oldania a dinamikus térbeli szituáció helyes ábrázolását. Bár ebben a munkában a kezdő (kocka) állapot és végeredmény (háló) valóban helyes, „mozgás” közben több esetben deformálódik egy-egy négyzet, olykor nem is egy síkban fekvő négy pontból álló alakzattá. Így is több mint százezren megnézték, több mint százán „lájolták” a fájlt, mi több, letöltötték, változtatlanul, vagy némi (főként nyelvi) átírást követően [újból megosztották](#) a GeoGebra Tube – on, így most legalább hat különböző helyről tölthető le. A dicsérő kommentek mellett valaki szóvá tette, hogy két kiterítés kétszer is szerepel, így másik két lehetséges eset lemaradt, de a szerző nem akarta kijavítani (ezt) a hibát. A felületes szemlélő számmára megnyugtató módon „ott van” a köztudottan 11 megoldás. Az igazi szakmai hibát senki nem vette komolyan.



¹ Itt nem foglalkozunk azzal a kérdéssel, hogy mit értünk egy kocka – általában egy poliéder - síkba terítésén, amit szokás az adott poliéder (egy lehetséges) [hálójának](#), olykor [hálózatainak](#) is nevezni.

„Jót, s jól! Ebben áll a nagy titok.” Az idézet folytatását bízzuk olvasóinkra.

Remélhetőleg sikerült rávilágítani a Geogebra-Tube legnagyobb hátrányára: nem megbízható. Bárkinek joga van minden kontroll nélkül bármilyen munkát feltenni a világméretű faliújságra, ahol azután – amennyiben maga a téma érdeklődésre tarthat számot – futótűzként el is terjed. Ne is részletezzük a következményeket.

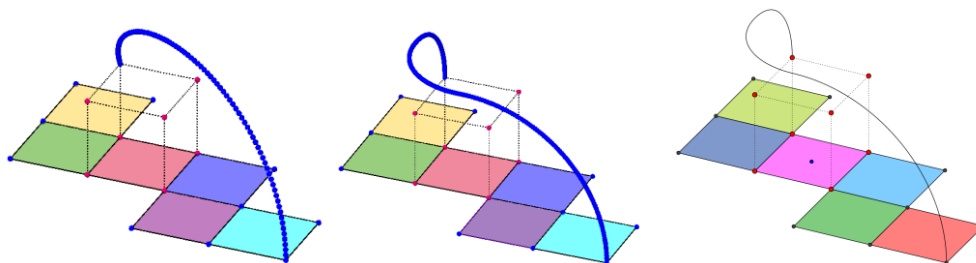
Manapság a GeoGebra 3D eszköztárával jóval könnyebb előállítani egy szakmailag korrekt demonstrációt. Lényegében a **Forгатás[<Alakzat>,<Szög>,<Forгатási tengely>]** parancsot kellett több, egymásba épített eljárásban alkalmazni.

Itt [Kockaháló 01 A.ggb](#) a kocka - nem mozgó - éleit tekintettük a forгатás tengelyeinek, így egy-egy pont mozgását legfeljebb három derékszögű forгатás szorzataként kaptuk meg. A geometriai transzformációk szorzatán azok egymás utáni – jelen esetben egymásba ágyazott – végrehajtását érjük.

Pl.: a $G_{\{h,i,a\}} = \text{Forгатás}[\text{Forгатás}[\text{Forгатás}[G,\alpha,h],\alpha,i],\alpha,a]$ paranccsal a kocka G pontja a kiterítés során a kocka h , i , és a tengelye körül fordul el 90° -os szöggel. Ez a három mozgás egyszerre következik be, így a G pont egy bonyolult térgörbét ír le, miközben az α szög 0° és 90° között változik. Erről meggyőződhetünk, ha kirajzoltatjuk a kiszemelt pont nyomvonalát. Itt jegyezzük meg, hogy a 3D-s rajzérben nyomvonalként leírt görbe megmarad, ha a koordináta-rendszert mozgatjuk, így egy-egy pont útja alaposan szemügyre vehető.

Elegendő a forгатás szögét a $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ tartományra kiterjesztenünk ahhoz, hogy szemléltessük: a kiterített háló mindkét féltérbe összehajtható kockává. [Kockaháló 01 B.ggb](#)

A [Kockaháló 02.ggb](#) fájl abban tér el az előzőktől, hogy a mozgást itt fázisokra bontottuk, így könnyebben nyomon követhetők a 90° -os forгатások. Ez azt is jelenti, hogy itt egy-egy pont a kiterítés közben valóban negyed körívekből álló pályát ír le.



Annak is meg van az előnye, hogy a Geogebra 3D eszköztárát mellőzve csupán síkgeometriai számításokat alkalmazva oldjuk meg a feladatot. [Kockaháló 03.ggb](#)

Ezzel finomabb felbontású rajz állítható elő, mértani helyként is kijelölhető egy-egy pont pályája és ... - lássuk be - ez sem megoldhatatlanul nehéz feladat.

Szeged, 2015. március 4.

Szilassi Lajos

szilassi@jgyk.u-szeged.hu